

**Επαναληπτικά Διαγωνίσματα
στην Άλγεβρα της Β' Λυκείου
από το Askisopolis
2023 - 2024**



**Αντώνης Βαλέργας
Στέλιος Μιχαήλογλου
Θανάσης Νικολόπουλος
Βαγγέλης Ραμαντάνης
Βαγγέλης Τόλης
Ισαάκ Χιονίδης**

**Αποστόλης Κακαβάς
Άγγελος Μπλιάς
Δημήτρης Πατσιμάς
Νίκος Σαμπάνης
Νίκος Τούντας**



Ασκησόπολις
ο πιο πλούσιος κόσμος
θεμάτων και ασκήσεων

Άλγεβρα Β' Λυκείου

Διαγώνισμα στα Πολυώνυμα

3-2-2024

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ), αν η πρόταση είναι αντίστοιχα σωστή ή λανθασμένη, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρείται με το $Q(x)$, τότε διαιρείται και με κάθε παράγοντα του $Q(x)$.

β) Ο βαθμός του γινομένου δυο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

γ) Κάθε ακέραιος $p \neq 0$ που είναι διαιρέτης του σταθερού όρου a_0 ενός πολυωνύμου, είναι ρίζα του πολυωνύμου αυτού.

δ) Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.

ε) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το x είναι το $P(0)$.

Μονάδες 10

A2. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - p$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = p$. Δηλαδή $υ = P(p)$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Έστω πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 2ax^2 - a^2x + 2$ με $a \in \mathbb{R}$. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρεθεί με το $x - 1$, δίνει υπόλοιπο $3a + 1$.

B1. Να βρείτε τις τιμές του αριθμού a .

Μονάδες 7

B2. Για $a = 1$ και πολυώνυμο $Q(x) = x^2 + x + 1$:

α) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x) + x - 2}{Q(x)} \geq 1$.

Μονάδες 9

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(\sin x) = -\sin x + 2$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $P(x)$ πολυώνυμο 3^{ου} βαθμού, για το οποίο ισχύουν τα παρακάτω:

- Έχει σταθερό όρο 2.
- Όταν διαιρεθεί με το $x^2 + 2$ δίνει υπόλοιπο $-7x + 8$.
- Το άθροισμα των συντελεστών του είναι ίσο με -2 .

Γ1. Να αποδείξετε ότι $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$.

Μονάδες 6

Γ2. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq -7x + 8$.

Μονάδες 6

Γ3. Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$ και να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{x^2 - 1}{P(x)} + \frac{x}{x - 2} = \frac{2 + x}{(x - 2)(2x - 1)}$$

Μονάδες 6

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{P(x)} = x - 2$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda - 1)x^4 + (\beta - 1)x^3 + \left(\frac{\alpha + 1}{2}\right)x^2 - x + \gamma - 2$, $\alpha, \beta, \gamma, \lambda \in \mathbb{R}$ για το οποίο

γνωρίζουμε ότι:

- Είναι 3^{ου} βαθμού
- Έχει ρίζα το $\frac{1}{2}$
- Διαιρείται με το x
- Η διαίρεση $P(x) : (x + 2)$ αφήνει υπόλοιπο -10

Δ1. Να αποδείξετε ότι $P(x) = 2x^3 + x^2 - x$.

Μονάδες 6

Δ2. Να λύσετε την ανίσωση: $\sqrt{P(x)} \geq x$.

Μονάδες 8

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση: $[P(x) - 2]^3 + [P(x) - 2]^2 + P(x) > 2$

Μονάδες 6

Δ4. Δίνεται το πολυώνυμο $Q(x) = [P(x)]^{1924} + P(x) - 3$.

Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $Q(x) : (x + 1)(2x - 1)$.

Μονάδες 5

Καλή τύχη!